

<https://doi.org/10.15407/sofs2021.02.137>

УДК 53 (091)

Т.В. КІЛОЧИЦЬКА, кандидат історичних наук, доцент,
Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т.Г. Шевченка,
вул. Гетьмана Полуботка, 53, Чернігів, 14000, Україна,
e-mail: kilocht@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-4471-0904>

РОЗВИТОК ТЕОРІЇ ТУРБУЛЕНТНОСТІ ТА НЕЛІНІЙНА ДИНАМІКА (1940–1990)

Останнім часом поняття турбулентності вийшло за межі природничих наук і широко вживається в суспільствознавстві, економіці, світовій політиці, історії науки і техніки. Турбулентними є процеси самоорганізації великої системи частинок в стійкій дисипативній структурі фізичної, біологічної, соціальної, економічної природи. З огляду на це важливим і актуальним є здійснення більш широкого аналізу еволюції поняття турбулентності та методів його дослідження.

Мета статті — представити історію відкриттів з теорії турбулентності, які вплинули на формування нелінійної динаміки. Дослідження виконано із застосуванням методів логічного аналізу, узагальнення, класифікації, систематизації. Історико-науковий метод використано для оцінки наукових результатів учених.

В статті розглянуто внесок А.М. Колмогорова у розвиток теорії турбулентності; виникнення теорії турбулентності Ландау — Хопфа (1944—1948) та її вплив на формування понять, ідей та моделей нелінійної динаміки. Перехід до турбулентності Ландау — Хопфа сприяв зародженню іншої концепції виникнення турбулентних течій (сценарій Рюеля — Такенса, 1971). Проаналізовано подальший розвиток досліджень турбулентності в 60—80-х рр. ХХ ст., дослідження турбулентності плазми (коли виникають сильно нелінійні задачі); відокремлених хвиль у плазмі (Н. Забускі та М. Крускал, 1965 р.), сценарій Фейгенбаума (1978—1979), сценарій турбулентного руху Помо — Манневіля (1980).

Зроблено висновок, що розвиток теорії турбулентності вплинув на формування нелінійної динаміки та її понятійного апарату (поняття дивного атрактора, конструктивного поняття самоподібності). У 1971 р. Д. Рюель і Ф. Такенс, надавши критиці теорію Ландау — Хопфа, вперше вказали на існування дивного атрактора (одного з базових понять нелінійної динаміки), який демонструє чутливість до початкових умов.

Формуванню поняття дивного атрактора і розвитку сценарію Рюеля — Такенса також сприяли дослідження Дж. Мак-Лафлін і П. Мартин (1974) та Дж. Голаба і Х. Суїнні (1975).

Цитування: Кілочицька Т.В. Розвиток теорії турбулентності та нелінійна динаміка (1940–1990). *Наука та наукознавство*. 2021. № 2 (112). С. 137–153. <https://doi.org/10.15407/sofs2021.02.137>

Виходячи зі сценарію Ландау — Хопфа, при з'ясуванні питання про те, як виникла турбулентність, Г.М. Заславський у 1978 р. запропонував простішу модель дивного атрактора, яка встановлює зв'язок між двома типами хаотичного руху. У 1983 р. В.С. Афраїмович та Л.П. Шільников ввели поняття квазіатракторів.

У 1996 р. український вчений О.М. Шарковський запропонував концепцію «ідеальної турбулентності» — нового математичного явища в детермінованих системах.

Теорія турбулентності стрімко розвивається в Україні та за її межами, поступово поширюється на різні галузі науки і техніки.

Ключові слова: турбулентність, нелінійна динаміка, динамічні системи, атрактор.

Вступ. Важливе значення для формування нелінійної динаміки має дослідження турбулентності. Проблема турбулентності є актуальною не тільки у зв'язку з інженерними розрахунками. Більша частина середовища, яке заповнює Всесвіт, перебуває в турбулентному русі, тому нестійкість розглядається у астрофізиці та фізиці атмосфери, фізиці планет і в океанології. Турбулентність — фізичне явище, що характеризується нерегулярними взаємними переміщеннями об'ємів середовищ (газу або рідини) та їх перемішуванням, супроводжується хаотичними змінами газодинамічних параметрів у просторі та часі. Під гідродинамічною турбулентністю розуміють взаємодію великої кількості вихорів, при якій відбувається передача енергії від великих вихорів до малих.

Термін «турбулентність» увів англійський фізик У. Томсон (Кельвін) (від латинського «turbulentus» — безладний). Розвиток теорії турбулентності відбувався у двох напрямках: зародження турбулентності та розвинена турбулентність, частиною якої є статистична теорія турбулентності. Ці дослідження сприяли вивченню критичної точки, після якої система створює турбулентність.

У 1883 р. англійський фізик О. Рейнольдс у праці «Експериментальне дослідження обставин, які визначають, чи буде рух води прямолінійним або хвилястим, і про закон опору в паралельних каналах» встановив, що залежно від безрозмірного параметра (пізніше відомого як число Рейнольдса) рух води в трубі є ламінарним (коли Re менше декількох сотень) або турбулентним ($Re = 2000—3000$). Між цими двома значеннями рух води має проміжний характер. За визначенням цей параметр дорівнює швидкості потоку, помноженій на довжину елемента потоку, який ділиться на в'язкість середовища, віднесена до густини. Почалися наукові дослідження виникнення турбулентності, яка полягає у поступовому збільшенні числа Рейнольдса починаючи з малих значень, коли течія ламінарна.

Одними із засновників гідродинамічної теорії з використанням числа Re також були російський вчений М. Є. Жуковський (1847—1921) та його учень С.О. Чаплигін (1869—1942) [1, 2].

У 1884 р. при дослідженні турбулентності О. Рейнольдс запропонував застосувати статистичний підхід з використанням методів теорії ймовірностей (швидкість, тиск тощо є випадковими величинами). У 1921 р. Дж. Тей-

лор уперше при дослідженні перенесення частинок при турбулентності використав статистичний підхід. Він запропонував ідею ізотропної однорідної турбулентності, в основу якої поклав інваріантність розподілу ймовірностей гідродинамічних величин при відображеннях, обертаннях.

Під турбулентністю почали розуміти невстановлену та сильно нерегулярну течію. У 1922 р. англійський фізик Л. Річардсон розвинув якісні уявлення про те, що в турбулентній течії відбувається перенесення енергії від великих до дрібніших вихорів. Він запропонував механізм турбулентного перемішування при великих числах Рейнольдса. Річардсон вважав, що в турбулентному потоці присутні вихори різних розмірів. Найбільші вихори мають розміри порядку характеристичних хвиль і визначають ділянку турбулентного руху. Відбувається процес каскадної передачі енергії від великих вихорів до менших, енергія яких розсіюється за рахунок тертя.

В процесі розвитку нелінійної динаміки та теорії турбулентності відбувалась їх взаємодія — результати, отримані в одній теорії, використовувались в іншій. Вирішення питань зародження турбулентності сприяло формуванню поняття сценарію переходу від регулярного руху до хаотичного. Хаотична поведінка є предметом вивчення міждисциплінарної науки — нелінійної динаміки. При дослідженні турбулентності широко використовувався понятійний апарат та ідеї теорії динамічних систем, яка є математичним апаратом нелінійної динаміки.

Цікавим є те, що причини виникнення турбулентності досі залишалися нез'ясованими, незважаючи на зусилля багатьох відомих учених та отримані ними результати (зокрема, вже були відомі рівняння Нав'є — Стокса, тобто основні рівняння, що описують динаміку в'язкої рідини). У 1894 р. Рейнольдс отримав перші рівняння для моментів. У 1924 р. О.О. Фрідман і Л.В. Келлер запропонували загальну програму дослідження турбулентних течій, яка полягала в об'єднанні динамічних і статистичних методів. Основа цієї програми — загальний метод побудови нескінченного ланцюга рівнянь для моментів, який ґрунтується на використанні рівнянь Нав'є — Стокса.

Аналіз досліджень і публікацій. Проведений історіографічний аналіз свідчить, що з'ясуванню впливу досліджень із теорії турбулентності на розвиток міждисциплінарної науки — нелінійної динаміки не приділено належної уваги. Дослідження наукової спадщини А.М. Колмогорова містяться в працях В.І. Арнольда, Р.Р. Мухіна [3, 4]. Аналіз власних результатів з теорії турбулентності проведено А.М. Колмогоровим [5]. Також є монографія, присвячена біографії та науковій діяльності Ю.Л. Клімонтовича [6]. В праці С.К. Бетяєва лише згадується про відкриття хаосу О. Рейнольдсом, дивного атратора — Е. Лоренцем, солітона — Н. Забускі та М. Крускалом [7]. А.С. Моніним коротко згадується відкриття Ландау 1944 р., Рюеля і Такенса [8]. В праці Р.Р. Мухіна міститься стислий огляд розвитку теорії турбулентності А.М. Колмогорова, лінійної теорії гідродинамічної нестійкості В. Гейзенберга, гідродинамічної турбулентності, плазмової турбулентності [9]. Деякі

питання досліджень з гідродинамічної турбулентності (світовий контекст) та світових досліджень з фізики плазми (1960—1970) частково висвітлені в тезах конференцій [10, 11]. В монографії за редакцією Х. Суїнні та Дж. Голлаба описано теорію дивних атракторів, міститься огляд результатів з нестійкості, переходу до турбулентності [12].

Мета статті — представити історію відкриттів із теорії турбулентності, які вплинули на формування нелінійної динаміки.

Методи дослідження. Всебічність та об'єктивність дослідження забезпечується використанням принципів історизму, науковості, логічного аналізу, методів узагальнення, класифікації, систематизації. Історико-науковий метод використано для оцінки наукових результатів учених.

Результати дослідження. У розвиток теорії турбулентності значний внесок зробив А.М. Колмогоров. Він припустив, що ізотропна турбулентність, властивості якої в довільній точці не залежать від напрямку, реалізується у вихорах малих розмірів. Така турбулентність визначається середньою швидкістю дисипації енергії, яка через каскадний механізм не залежить від числа Рейнольдса $Re(\tau)$ і має для всіх течій однакоvu структуру (зокрема, універсальний розподіл енергії ентропії за розмірами вихорів). Отже, аналіз Колмогорова ґрунтувався на двох припущеннях: 1) при великих числах Рейнольдса турбулентний стан можна вважати локально однорідним та ізотропним, 2) відбувається каскадна передача енергії від великих просторових масштабів до дрібних у так званому «інерційному інтервалі», де в'язкість несуттєва.

У 1941 р. А.М. Колмогоров працював над якісною схемою вихорового руху та отримав якісні результати [13, 14, 15]. Оскільки в'язкість рідини впливає лише на малі вихори, величини, що характеризують великі вихори, не залежать від в'язкості. Це зменшує кількість величин, які визначають властивості турбулентності. За цих умов важливе значення мають сформульовані А.М. Колмогоровим перша і друга гіпотези подібності для нелінійних процесів. Положення про однорідність і стаціонарність гідродинамічних полів при великих числах Рейнольдса, а також про локальну ізотропію покладені в основу праць Колмогорова 40-х рр. минулого століття. Для кількісного описання він визначає характеристики поля швидкості — статистичні характеристики відносно швидкостей рідких частинок в малому об'ємі простору-часу, які залежать від малих флуктуацій [13]. А.М. Колмогоров також замість кореляційної функції розглядає структурну функцію — середній квадрат просторової різниці значень повздовжньої компоненти швидкості [13]. Проводячи загальний аналіз властивостей турбулентних течій, він використовує диференціальні рівняння гідромеханіки [15].

Отже, у 1941 р. запропоновано теорію турбулентності Колмогорова, яка підтвердилась в експериментальних дослідженнях з турбулентними потоками в океані, атмосфері та інших дослідженнях при великих числах Рейнольдса.

Л.Д. Ландау в статті «До проблеми турбулентності» (1944) побудував одну з теорій переходу до турбулентності. Він припустив, що в результаті

каскаду послідовних біфуркацій виникає турбулентність. Утворюються нові частоти, які знаходяться в ірраціональному співвідношенні з попередніми частотами [16]. Схожі припущення зробив у 1948 р. німецький математик Е. Хопф. У праці «Математичний приклад, що демонструє особливості турбулентності» він припустив існування кінцевовимірної множини, до якої асимптотично притягуються розв'язки рівнянь Нав'є — Стокса. Тому виникнення турбулентності за таким сценарієм називають теорією турбулентності Ландау — Хопфа (сценарій Ландау — Хопфа, 1944—1948). В цьому сценарії біфуркації множини квазіперіодичних розв'язків переходять у подібну множину більшої розмірності. Перша біфуркація породжує граничний цикл, наступна — двомірний тор. Тобто перехід течії від ламінарного стану до турбулентного розглядається як перехід системи через точки біфуркації (через послідовність біфуркацій відбувається каскадний розвиток нестійкостей) [11].

Цим працям передувало формування уявлень про автоколивання, граничні цикли і біфуркації в радіофізиці та теорії коливачів. У праці Хопфа «Статистика геодезичних ліній на багатовидах від'ємної кривини» (1949) також міститься доведення того, що потік геодезичних ліній на поверхні від'ємної кривини і кінцевої площі є транзитивним. Він розглядав динамічні системи з експоненціальною стійкістю, які також досліджували Ж. Адамар 1898 р., Дж. Хедлунд 1939 р., М.С. Крилов 1941 р. Стандартним методом переходу від рівнянь гідродинаміки до кінцевомірної динамічної системи є метод Гальоркіна (отримав назву після досліджень Бориса Гальоркіна 1915 р., однак метод розроблено В. Рітцем 1908 р.), який дозволяє звести вихідні диференціальні рівняння в частинних похідних до звичайних диференціальних рівнянь.

У 1941 р. М.Д. Мілліонщиков працював над побудовою наближених методів розв'язання динамічних рівнянь без залучення емпіричних констант для ізотропного середовища [17]. Цією проблемою займалися американський учений Р. Крейчнан (розглядав властивість двовимірної турбулентності) у 1969 р. та інші. Розроблені методи не є універсальними і можуть не узгоджуватись з практичними результатами.

Статистична теорія турбулентності вплинула на формування нелінійної динаміки, в тому числі конструктивного поняття самоподібності, що вносить певну регулярність у хаотичність турбулентних течій. Узагальнення поняття самоподібності привело до поняття ренормгрупи, що дає можливість розглядати під загальним кутом зору різні явища. Це поняття виникло в квантовій теорії поля в працях Е. Штюкельберга і А. Петермана (1953 р.). В теорії фазових переходів це поняття у 1975 р. використовував американський фізик Кеннет Вільсон [16]. У 1993 р. російський вчений С.П. Кузнецов, один із керівників (разом із Б.П. Безручко) наукової школи «Фундаментальні проблеми нелінійної динаміки та їх застосування», застосував це поняття в нелінійній динаміці [19].

Явище турбулентності пов'язано з хаосом. У зв'язку зі з'ясуванням питань про виникнення турбулентності виходячи зі сценарію Ландау — Хопфа (в умовах сильної дисипації є ланцюжок квазіперіодичних рухів, які ускладнюються) Г.М. Заславський у 1978 р. запропонував простішу модель дивного атрактора. Відображення Заславського (дисипативне) встановлює в явному вигляді зв'язок між двома типами хаотичного руху і дає можливість простежити, як при зміні параметрів гамільтоновий хаос переходить у дисипативний хаос [20].

Сценарій Ландау — Хопфа сприяв створенню іншої концепції виникнення турбулентності, або сценарію Рюеля — Такенса.

В праці «Про природу турбулентності» (1971) Д. Рюель і Ф. Такенс, піддавши критиці теорію Ландау — Хопфа, запропонували виходити з аперіодичного руху, а не з квазіперіодичного [21]. В 1971 р. на конференції «Статистичні методи і турбулентність» Д. Рюель доповів про дослідження виникнення складної динаміки (хаосу), описав перехід до турбулентності через ряд біфуркацій (пізніше названий сценарієм Рюеля — Такенса), вперше вказавши на дивного атрактора. Згідно зі сценарієм Рюеля — Такенса послідовність біфуркацій призводить до виникнення інваріантних торів (як і в сценарії Ландау — Хопфа). Однак вже при $n \geq 4$ стає можливим рух по дивному атрактору. Тобто вже після появи відносно невеликої кількості частот (трьох або чотирьох в залежності від деяких математичних деталей) динаміка може стати турбулентною і демонструвати характерний для випадкового процесу суцільний спектр. Д. Рюель і Ф. Такенс передбачили, що турбулентність у рідині могла розвинутиися через дивний атрактор — одне з основних понять нелінійної динаміки [22].

Чіткого загальноприйнятого визначення дивного атрактора досі немає. Уявно він є ділянкою фазового простору, яка заповнена хаотичними траєкторіями. Локально дивний атрактор представляється добуток касторової множини і частини двовимірного багатovidу. Він має нецілу розмірність, рух по ньому є залежним від початкових умов. При кінцевій розмірності часовий аналіз частот вказує на їх неперервний спектр (є однією з «дивних» властивостей дивного атрактора), що відображає нестійкість руху на дивному атракторі. Нестійкості фазових траєкторій на дивному атракторі та їх нетривіальну геометричну структуру стали називати фрактальною безліччю або просто фракталом.

Д. Рюель і Ф. Такенс досліджували атрактори складнішої форми, ніж періодичні траєкторії та нерухомі точки, та висунули припущення, що такими атракторами можуть бути множини, які не мають багатovidів.

Найважливішою властивістю дивних атракторів є фрактальність. Фрактали — це об'єкти, які в міру зростання виявляють все більшу кількість деталей. Їх почали активно досліджувати з появою потужних ЕОМ. Відомо, що прямі та кола — об'єкти елементарної геометрії — природі не властиві. В основі узагальнень, які привели до поняття дивного атрактора — одно-

го з базових понять нелінійної динаміки, лежить поняття типовості, уведе-не М. Пейкото у 1962 р.

Праця Рюеля і Такенса 1971 р. була піддана критиці, хоча і мала вплив на розвиток досліджень із теорії динамічних систем. В роботах Ландау, Рюеля і Такенса пояснення виникнення турбулентності та складної динаміки в дисипативних системах мають загальний характер. На кінцевовимірних атраторах рівнянь Нав'є — Стокса експоненціальна нестійкість рухів досі залишається гіпотезою [22, с. 206].

Піддаючи критиці сценарій Ландау — Хопфа, А.М. Колмогоров запропонував дві гіпотези, які залишаються недоведеними. Перша полягає в тому, що зі збільшенням числа Рейнольдса виникає атратор все більшої розмірності. Друга — зі збільшенням числа Рейнольдса всі атратори меншої розмірності зникають (точки (ламінарні течії), одновимірні граничні цикли, двовимірні атратори тощо) і для виявлення точки на атраторі необхідно все більше інформації [23, с. 202—203].

Згідно з теорією А.М. Колмогорова роль атратора перейде від точки до множини більшої розмірності, наприклад до граничного циклу. В течіях рідини відбуватимуться періодичні коливання миттєвого поля швидкостей (стійкий рух при малому збуренні). При ще більших числах Рейнольдса періодичний рух втрачає стійкість. Роль атратора переходитиме до множин все більшої розмірності, рух уздовж атратора буде все менш стійким. Мале відхилення початкової точки вздовж атратора може швидко зростати так, що збурений рух проходитиме вздовж того самого атратора, але, можливо, з іншою «фазою». Часова залежність цієї «фази» загалом може бути хаотичною. Атратор при цьому є стійким (середні значення величин для збуреного руху протягом значного часу повертаються до вихідних середніх значень).

В 1974 р. Дж. Мак-Лафлін і П. Мартин провели обчислювальний експеримент, у 1975 р. Дж. Голаба та Х. Суїнні — натурний експеримент [25, 26]. Ці дослідження вплинули на формування поняття дивного атратора і розвиток сценарію Рюеля — Такенса. Крім того, у 1975 р. Т. Лі та Дж. Йорке запропонували термін «детермінований хаос», здобула наукове визнання і праця Е. Лоренца 1963 р. [27, 28].

Якщо для сценарію Ландау — Хопфа атратором є багатомірний тор, то за Рюелем — Такенсом перехід до турбулентності описується дивним атратором, який демонструє чутливість до початкових умов.

Дивні атратори характерні для дисипативних динамічних систем. У 1978 р. Рюель і Такенс та Ньюхаус довели, що виникнення дивного атратора стає можливим і при ще меншій розмірності $n \geq 3$. У 1981 р. Ф. Такенс висловив ідеї обробки хаотичних сигналів з метою діагностики їх походження і відтворення атратора відповідної динамічної системи. Було встановлено, що коли система має три біфуркації Андронова — Хопфа, то, ймовірно, вона має дивний атратор із чутливістю до початкових умов після третьої біфуркації [29, 30, 23, с. 206].

Проблема турбулентності є загальною для гідродинаміки, метеорології, астрофізики, фізики плазми та інших наук. Дослідження універсального нелінійного середовища — плазми вплинули на формування і розвиток теорії турбулентності та нелінійної динаміки. У плазмі (четвертий стан речовини) хаотична поведінка не є короткочасним явищем. У 1923 р. І. Ленгмюр та Л. Тонкс ввели поняття плазми. Нині плазма — це частково або повністю іонізований газ, у якому практично однакові густини негативних і позитивних зарядів. У фізиці плазми вивчається плазмова турбулентність, використовуються методи та понятійний апарат гідродинамічної турбулентності [10].

Турбулентність плазми є формою існування гарячої плазми. При її дослідженні можуть виникати сильно нелінійні задачі, адже сильні взаємодії між плазмовими збудженнями не є незалежними. Турбулентність плазми — це хаотична зміна плазмових параметрів у просторі та часі. Коливання малої амплітуди в першому наближенні можна вважати незалежними і користуватися добре відомими методами теорії збурень. Дослідження таких задач сприяли створенню теорії слабкої турбулентності, яка включає квазілінійну теорію плазми.

На першій математичній школі в м. Каневі 1963 р. М.М. Боголюбов прочитав дві лекції «Про квазіперіодичні розв'язки в задачах нелінійної механіки», в яких після тривалої перерви повернувся до нелінійної механіки [31]. М.М. Боголюбов за допомогою методу інтегральних багатовидів, а також Ю. Мозера з прискореної збіжності, нових результатів А.М. Колмогорова і В.І. Арнольда з проблем стійкості рухів установив властивості аналітичності відносно параметра квазіперіодичних розв'язків та умови їх існування. Вперше ідея прискореної збіжності цих розкладів міститься в методі дотичних (метод Ньютона). В лекціях запропоновано теорію збурень стійких квазіперіодичних розв'язків неконсервативних систем диференціальних рівнянь (зокрема, встановлення властивостей аналітичності по відношенню до параметра), викладено ідею доведення існування інваріантного тора [31].

У 1957 р. Ю.Л. Клімонтович розробив новий підхід до статистичної теорії плазми, який поклав у основу своїх наукових праць. Він систематизував і розвинув теорію флуктуацій в газовому середовищі, плазмі та активних системах [32].

У 1961 р. Р.З. Сагдеев, Є.П. Веліхов і О.О. Веденов створили квазілінійну теорію класичної плазми. О.О. Веденов застосовує квазілінійну теорію при дослідженні задачі релаксації іонних та електронних пучків у плазмі. У 1962 р. над квазілінійною теорією плазми також працювали американські вчені В. Драммонд і Д. Пайнс [33, 34]. Виведення квазілінійних рівнянь ґрунтується на розділенні в часі повільного і швидкого процесів (їх відокремлювали ще французький вчений Ж. Лагранж і нідерландський фізик Б. Ван-дер-Поль). У квазілінійній теорії повільним процесом є зміна амплітуд окремих компонентів Фур'є електричного поля та квазілінійна релак-

сація розподілу частинок, а швидким процесом — зміна фази резонансних частинок у полі хвилі. Згідно з цим функція розподілу частинок є сумою доданків, які повільно і швидко змінюються.

Розвиток нових напрямів у фізиці плазми сприяв дослідженню нелінійних хвильових процесів у розподілених динамічних системах. Ю.О. Митропольський і О.К. Лопатін запропонували новий підхід до описання хвильових і коливальних процесів, який полягає у вивченні групових властивостей інтегральних багатовидів, використанні властивостей групових алгебр при переході до гільбертових просторів. У основу цього підходу покладено класичний асимптотичний метод [35].

Цікаве явище нестійкості газу плазмонів відносно варіацій густин спостерігали у 1964 р. О.О. Веденов і Л.І. Рудаков (пізніше воно отримало назву модуляційної нестійкості) [36]. Флуктуації густин спричиняють виштовхування плазми тиском високої частоти в місцях скупчення плазмонів. Розвивається нестійкість автомодуляції просторового розподілу плазми, утворюються згустки плазми — каверни, всередині яких відбувається нестационарний процес. При самофокусуванні — нелінійному хвильовому ефекті, що є аналогією хвильового колапсу, відбувається захоплення енергії в обмежені області та утворюються фокуси. Всередині зони самофокусування виникають каверни розміром порядку довжини хвилі.

Відбувся поступовий перехід від дослідження слабкої турбулентності до вивчення складнішого явища — сильної турбулентності. У 1972 р. В.Є. Захаров побудував теорію хвильових колапсів, в основу якої поклав явище модуляційної нестійкості [37]. Колапс — це процес концентрації енергії в об'ємі, що зменшується. Цей процес описується системою рівнянь, які отримали назву рівняння Захарова.

Явищем колапсу супроводжується більшість сильно неврівноважених процесів турбулентного типу (поширення інтенсивних струмів у плазмі, хвильова турбулентність при поширенні інтенсивних світлових імпульсів по нелінійному діелектрику).

У 1973 р. Б.Б. Кадомцев і О.П. Погуце отримали нелінійні рівняння, які описують поведінку плазми в сильному магнітному полі. Наступного року Б.Б. Кадомцев теоретично дослідив сильну плазмову турбулентність [38]. О.Г. Ситенко створив теорію флуктуацій у неврівноваженій плазмі (1965—1967) [39, 40]. А.Г. Загородній і О.Г. Ситенко узагальнили теорію флуктуацій у стійкій стаціонарній плазмі для випадку турбулентної плазми з дифузньо-дрейфовими рухами рідинного типу. Введення мікроскопічних рівнянь і ланцюга рівнянь Боголюбова дозволило А.Г. Загородньому пояснити нові фізичні явища, дати оцінку впливу на коефіцієнти дифузії зональних течій, утворених у пристроях керованого термоядерного синтезу (випадок насиченої турбулентності).

Можливість застосування рівняння Кортевега — де Фріза для описання хвиль у плазмі досліджували Н. Забускі та М. Крускал. У 1965 р. вони

встановили, що відокремлені хвилі в плазмі після нелінійної взаємодії зберігають форму і швидкість. Н. Забускі та М. Крускал назвали такі хвилі солітонами. У 1965—1966 рр. Р. Пост і М. Розенблют побудували теорію дрейфово-конусної нестійкості високотемпературної плазми, у 1966 р. Б.А. Трубніков створив теорію стійкості плазми в термоядерних пастках з «мінімумом В» [10, с. 83].

У 1974 р., займаючись дослідженнями з теорії турбулентності, О.М. Обухов увів нове поняття системи гідродинамічного типу — системи, що має скінчену кількість степенів свободи і в якій загальні властивості рівнянь з точки зору характеру нелінійності та законів збереження такі самі, як і у гідродинамічного об'єкта [41].

В течіях гідродинамічного характеру при переході до турбулентності через біфуркації виникали об'єкти, відмінні від гіперболічного атрактора, які мали стійкі періодичні орбіти і властивості дивного атрактора. Досліджуючи це явище, у 1983 р. В.С. Афрайнович та Л.П. Шільников ввели поняття квазіатракторів — притягуючі граничні множини, що мають нетривіальні гіперболічні множини та стійкі періодичні рухи. Отже, незважаючи на те, що хаотичний рух зосереджений поблизу дивних атракторів, хаос є неоднорідним. З'явився більш високий рівень складності, новий рівень взаємодії порядку і хаосу.

Важливий внесок у розвиток теорії турбулентності та нелінійної динаміки зробив американський фізик М. Фейгенбаум. Використовуючи апарат, аналогічний розвинутому раніше в теорії фазових переходів, — метод ренормалізаційної групи, він за допомогою кишенькового калькулятора побудував чудову теорію (сценарій Фейгенбаума), яка пояснює універсальність подвоєнь періоду (1978—1979) [42, 43]. М. Фейгенбаум розглянув деяке квадратичне перетворення і встановив геометричну збіжність значень параметра, при якій відбувалося подвоєння періоду. Йому не відразу вдалося опублікувати статтю з викладенням своїх результатів (він поставив проблему математично, а підхід до її розв'язання запозичив із теоретичної фізики). Сценарій Фейгенбаума виникає при заміні біфуркацій квазіперіодичних рухів біфуркаціями подвоєння періоду. Він, аналогічно до Рюеля і Такенса, розглядав топологічні та структурні характеристики моделей, не використовував рівняння гідродинаміки в явному вигляді при переході до турбулентності. М. Фейгенбаум у статті «Кількісна універсальність для нелінійних перетворень» описав логістичні відображення. Він виявив, що точки біфуркацій подвоєння періоду накопичувалися до певної межі — порогу виникнення хаосу за законом геометричної прогресії з показником 4,6692016. Цей показник виявився універсальним, тобто виникав і в інших відображеннях, як потім з'ясувалося, в нелінійних дисипативних системах самого різного виду. Особливість його роботи полягає в тому, що він встановив універсальність у нелінійній динаміці та застосовував цю теорію до багатьох явищ. Надалі перехід до хаосу через подвоєння періоду, що демонст-

рує виявлені властивості універсальності, спостерігався у величезній кількості нелінійних систем різної фізичної природи і в їх моделях.

У процесі розвитку нелінійної динаміки виник ще один сценарій турбулентного руху. В 1980 р. І. Помо та П. Манневіль запропонували сценарій переходу до хаосу через перемежованість [44, 45]. І. Помо зацікавився концепцією дивних атракторів Рюеля — Такенса. Він вважав, що для пояснення переходу до турбулентності тільки математичних моделей недостатньо, необхідні ще емпіричні дані. Експерименти його співробітників П. Берже та М. Дюбуа встановили, що амплітуда швидкості конвекції Релея — Бенара демонструвала періодичні осциляції, які перемежуються в часі. І. Помо провів обчислювальний експеримент, який підтвердив це явище. Разом зі співробітником П. Манневілем він побудував модель переходу до турбулентності (сценарій Помо — П. Манневіля). Цей сценарій пов'язаний із сідловою біфуркацією, коли при зіткненні рухомої та нерухомої точок вони обидві зникають, переходячи в комплексну площину. Значення параметру більші за той, при якому осциляції перериваються хаотичними сплесками, відповідають нерухомій точці відображення Пуанкаре, для якої є три можливі шляхи втрати стійкості. Тому І. Помо та П. Манневіль розглянули три шляхи переходу до хаосу (три типи перемежування).

Апроксимація турбулентних течій кінцевомірними динамічними системами сприяла виявленню різних шляхів переходу до турбулентності. Реальні системи є неоднорідними, в них є області з регулярним і з хаотичним рухом [23, с. 211].

Вагомий внесок у розвиток теорії турбулентності зробив академік НАН України О.М. Шарковський. Досліджувані ним питання включали становлення та розвиток хаотичної динаміки. При дослідженні нелінійних крайових задач математичної фізики та нескінченновимірних динамічних систем він запропонував концепцію «ідеальної турбулентності» — нового математичного явища в детермінованих системах [46]. Ця концепція дозволяє моделювати найскладніші властивості турбулентності, зокрема зародження випадкових станів, автостохастичність (атрактор детермінованої системи містить випадкові функції). Явище ідеальної турбулентності допомогло з'ясувати закономірності самозародження хаотичних еволюцій в детермінованих системах, створення випадкових структур. У 2019 р. О.М. Шарковському та О.Ю. Романенку за цикл праць «Розвиток теорії хаосу та концепції ідеальної турбулентності» присуджено премію імені Ю.О. Митропольського.

Нині багато досліджень, як теоретичних, так і експериментальних, присвячено структурам у турбулентних течіях [47, 48]. На початку ХХІ ст. вчені почали використовувати ідеї теорії турбулентності для прогнозування багаточасових політичних, соціальних, енергетичних, економічних процесів. Зокрема, О.В. Доброчеев узагальнив велику кількість досліджень нестійкої коливальної поведінки фізичних, техногенних і соціально-економічних середовищ, висунувши гіпотезу дуже великих систем. Частинок дуже великих

середовищ — фізичних, політичних, енергетичних, біологічних, соціальних, економічних — поводяться майже однаково незалежно від їх фізико-хімічних властивостей. При збільшенні розмірів флуктуацій середовища на понад 14 % у ньому починається самоорганізація [49]. При досягненні флуктуаціями середовища його фізичних меж виникає дисипативна просторова структура — комірки Бенара (ефект Бенара). Це дає можливість досліджувати етногенез, поділ планети на соціально-економічні регіони, різні суб'єкти макроекономіки, фізичні та історичні закономірності динаміки наукової творчості вчених, які є великими системами і природною формою існування яких є турбулентність.

Висновки і перспективи подальших досліджень. Питання виникнення турбулентності є досить актуальним. Показано, що теорія турбулентності стрімко розвивається в Україні та за її межами і поступово поширюється на різні галузі науки і техніки. Термін «турбулентність» і методи її дослідження широко використовуються не тільки в природничих науках, а й в економіці, світовій політиці, суспільствознавстві, історії науки і техніки.

Розвиток теорії турбулентності вплинув на формування нелінійної динаміки та її понятійного апарату (на формування поняття дивного атрактора, конструктивного поняття самоподібності). У 1971 р. Д. Рюель і Ф. Такенс, піддавши критиці теорію Ландау — Хопфа, вперше звернули увагу на дивний атрактор, який демонструє чутливість до початкових умов. Пізніше це поняття стало одним із базових у нелінійній динаміці.

Формуванню поняття дивного атрактора і розвитку сценарію Рюеля — Такенса також сприяли дослідження Дж. Мак-Лафлін і П. Мартин (1974) та Дж. Голаба і Х. Суїнні (1975). Виходячи зі сценарію Ландау — Хопфа, при з'ясуванні питання, як виникла турбулентність, Г.М. Заславський у 1978 р. запропонував простішу модель дивного атрактора, яка встановлює зв'язок між двома типами хаотичного руху. У 1983 р. В.С. Афраїмович та Л.П. Шільніков ввели поняття квазіатракторів.

У 1996 р. український вчений О.М. Шарковський запропонував концепцію «ідеальної турбулентності» — нового математичного явища в детермінованих системах.

Передбачається, що матеріали проведеного історико-наукознавчого дослідження використовуватимуться в науковій роботі з історії нелінійної динаміки при створенні хронології цієї науки, а також у майбутніх дослідженнях проникнення поняття турбулентності в різні галузі науки і техніки та його подальшої еволюції.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Чаплыгин С.А. О некоторых случаях движения твердого тела в жидкости. *Тр. отд. физич. наук об-ва любителей естествознания*. 1894. Т. 6. Вып. 2. С. 20—42.
2. Жуковский Н.Е. Полное собрание сочинений. Т. 2. Гидродинамика. М.; Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1935. 357 с.; Т. 3. Гидродинамика. Москва; Ленинград: ОНТИ НКТП

- СССР, 1936. 486 с.; Т. 7. Гидродинамика. Москва; Ленинград: ОНТИ НКТП СССР, 1937. 410 с.
3. Арнольд В.И. Об А.Н.Колмогорове. *Колмогоров в воспоминаниях*. Москва: Наука, 1993. С. 144—172.
 4. Мухин Р.Р. А.Н. Колмогоров и статистическая теория турбулентности. *ИИФМ*. Москва: Наука, 2003. С. 296—306.
 5. Колмогоров А.Н. К работам по турбулентности. *Избранные труды*. Кн. 1. Математика и механика. Москва: Наука, 1985. С. 421.
 6. Климонтович Ю.Л. Воспоминания людей и его личные заметки о людях. Сост. и ред. В.С. Анищенко, В. Эбелинг и Ю.М. Роановский. Саратов: Изд-во «Колледж», 2005. 118 с.
 7. Бетяев С.К. Гидродинамика: проблем и парадоксы. *УФН*. 1995. 165. № 3. С. 299—330.
 8. Монин А.С. О природе турбулентности. *УФН*. 1978. 125. Вып. 1. С. 97—122.
 9. Мухин Р.Р. Очерки по истории динамического хаоса: Исследования в СССР в 1950—1980-е годы. 2018. № 63. 320 с.
 10. Кілочицька Т.В. Розвиток світових досліджень з фізики плазми та турбулентності (1960—1970). *XXIV Всеукраїнська наукова конференція молодих істориків науки, техніки, освіти та спеціалістів: зб. праць*. Київ, 19 квітня 2019. С.81—84.
 11. Кілочицька Т.В. Історія досліджень з гідродинамічної турбулентності та нелінійна динаміка (світовий контекст). *XVIII Всеукраїнська конференція «Актуальні питання історії науки і техніки»: зб. праць*. Краматорськ, 26—28 вересня 2019 р. С. 128—131.
 12. Гидродинамические неустойчивости и переход к турбулентности. Под ред. Х. Суинни и Дж. Голлаба. Москва: Мир, 1984. 344 с.
 13. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числах Рейнольдса. *ДАН СССР*. 1941. Т. 30. № 4. С. 299—303.
 14. Колмогоров А.Н. К вырождению изотропной турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости. *ДАН СССР*. 1941. Т. 31. № 6. С. 538—541.
 15. Колмогоров А.Н. Рассеяние энергии при локально-изотропной турбулентности. *ДАН СССР*. 1941. Т. 32. № 1. С. 19—21.
 16. Ландау Л.Д. К проблеме турбулентности. *ДАН СССР*, 1944. № 44. С. 339.
 17. Миллионщиков М.Д. К теории однородной изотропной турбулентности. *Доклады АН СССР*. 1941. Т. 32. № 9. С. 611—614.
 18. Вильсон К., Когут Дж. Ренормализационная группа и ϵ -разложение. Москва: «Мир», 1975. 256 с.
 19. Кузнецов С.П. Ренормхаос в системах, демонстрирующих удвоение периода. *Нелинейные волны*. Физика и астрофизика. Москва: Наука, 1993. С. 286—299.
 20. Ruelle D., Takens F. On the Nature of Turbulence. *Comm. Math. Phys.* 1971. Vol. 20. P. 167—192.
 20. Zaslavsky G.V. The simplest case of a strange attractor. *Phys. Lett.* 1978. Vol. 15. P. 240—243.
 21. Ruelle D., Takens F. On the Nature of Turbulence. *Comm. Math. Phys.* 1971. Vol. 20. P. 167—192.
 22. Smale S. Differentiable dynamical systems. *Bull. AMS*. 1967. Vol. 73. P. 747—817.
 23. Мухин Р.Р. Очерки по истории динамического хаоса: Исследования в СССР в 1950—1980-е годы. Москва: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2012. 320 с.
 24. Академик Л.И. Мандельштам. К 100-летию со дня рождения. Москва: Наука, 1979. 312 с.
 25. McLaughlin J.B., Martin P.C. Transition to turbulence of a statistically stressed fluid. *Phys. Rev. Lett.* 1974. Vol. 33. P. 1189—1192.
 26. Gollab J.P., Swinney H.L. Onset of turbulence in a rotating fluid. *Phys. Rev. Lett.* 1975. Vol. 35. P. 927—930.

27. Li T.-Y., Yorke J.A. Period Three Implies Chaos. *Amer. Math. Monthly*. 1975. Vol. 82. P. 982—985.
28. Lorenz E. Deterministic Nonperiodic Flow. *J. Atmosph. Sci.* 1963. Vol. 20. P. 130—141.
29. Newhouse S.E., Ruelle D., Takens F. Occurrence of Strange Axiom A Attractors Near Quasi Periodic Flows on T^m ($m = 3$ or more). *Comm. Math. Phys.* 1978. Vol. 64. P. 35—40.
30. Eckmann J.-P. Roads to turbulence in Dissipative Dynamical Systems. *Rev. Mod. Phys.* 1981. Vol. 53. No 4. Part 1. P. 643—654.
31. Боголюбов Н.Н. О квазипериодических решениях в задачах нелинейной механики. *Труды первой летней матем. школы*. Киев: Наук. думка, 1964. Т. 1. С. 11—101.
32. Климонтович Ю.Л. Статистическая теория неравновесных процессов в плазме. Москва: Изд-во МГУ, 1964. 282 с.
33. Веденов А.А., Велихов Е.П., Сагдеев Р.З. Нелинейные колебания разреженной плазмы. *Ядерный синтез*. 1961. Т. 1. № 1. С. 82—105.
34. Drummond, W.E., Pines, D. Nonlinear stabilization of plasma oscillations. *Nucl. Fusion Suppl.* 1962. No 3. P. 1049.
35. Митропольский Ю.А. Об исследовании интегрального многообразия для системы нелинейных уравнений, близких к уравнениям с переменными коэффициентами, в гильбертовом пространстве. *Укр. мат. журн.* 1964. Т. 16, № 3. С. 334—338.
36. Веденов А.А., Рудаков Л.И. О взаимодействии волн в сплошных средах. *ДАН СССР*. 1964. Т. 159. № 4. С. 767—770.
37. Захаров В.Е. Коллапс ленгмюровских волн. *ЖЭТФ*. 1972. Т. 62. В. 5. С. 1745—1759.
38. Кадомцев Б.Б. Турбулентность плазмы. *Вопр. теории плазмы*. 1964. Вып. 4. С. 188—339.
39. Ситенко А.Г. Электромагнитные флуктуации в плазме. Харьков: Изд-во ХГУ, 1965. 185 с.
40. Ситенко А.Г. Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. Киев: Наук. думка, 1977. 248 с.
41. Должанский Ф.В., Кляцкин В.И., Обухов А.М., Чусов М.А. Нелинейные системы гидродинамического типа. Москва: Наука, 1974. 160 с.
42. Feigenbaum M.J. Quantitative universality for a class on nonlinear transformations. *J. Stat. Phys.* 1978. Vol. 19. No 1. P. 25—52.
43. Feigenbaum M.J. The universal metric properties of nonlinear transformations. *J. Stat. Phys.* 1979. Vol. 21. No 6. P. 669—706.
44. Pomeau Y., Manneville P. Intermittent Transition to Turbulence in Dissipative Dynamical Systems. *Comm. Math. Phys.* 1980. Vol. 74. P. 189—197.
45. Manneville P., Pomeau Y. Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems. *Physica ID*. 1980. P. 219—226.
46. Романенко О.Ю., Шарковський О.М. Від одновимірних до нескінченновимірних динамічних систем: ідеальна турбулентність. *Український математичний журнал*. 1996. Т. 48. № 12. С. 1604—1627.
47. Ланда П.С. Гидродинамическая турбулентность и когерентные структуры. *Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика*. 1995. Т. 3. № 2. С. 4—5.
48. Синай Я.Г. Как математики изучают хаос. *Математическое просвещение*. Третья серия. 2001. Вып. 5. С. 32—46.
49. Доброчеев О.В. Механика очень больших систем, жизни и разума. Москва: ТЭИС, 2019. 144 с.

Одержано 27.01.2021

REFERENCES

1. Chaplygin, S.A. (1894). On some cases of motion of a rigid body in a liquid. *Works of physics science department at the society of natural science lovers*, vol. 6, issue 2, 20—42 [in Russian].

2. Zhukovsky, N.Ye. (1935). Complete works. Vol. 2. *Hydrodynamics*. Moscow: ONTI NKTP USSR, 1935, 357 p.; Vol. 3. *Hydrodynamics*. Moscow: ONTI NKTP USSR, 1936, 486 p.; Vol. 7. *Hydrodynamics*. Moscow: ONTI NKTP USSR, 1937, 410 p. [in Russian].
3. Arnold, V.I. (1993). *About A.N. Kolmogorov. Kolmogorov in memories*. Moscow: Nauka [in Russian].
4. Mukhin, R.R. (2003). A. N. Kolmogorov and the statistical theory of turbulence. *IIFM*. Moscow: Nauka [in Russian].
5. Kolmogorov, A.N. (1985). Introduction to works on turbulence. *Selected Works*. Book 1, Mathematics and mechanics. Moscow: Nauka [in Russian].
6. Klimontovich, Yu.L. (2005). Recollections of people and his personal notes about people. V.S. Anischenko, V. Ebeling, & Yu.M. Roanovsky (Eds.). Saratov: Publishing house “College” [in Russian].
7. Betyaev, S.K. (1995). Hydrodynamics: Problems and Paradoxes. *UFN*, 165, issue 3, 299—330 [in Russian].
8. Monin, A.S. (1978). The nature of turbulence. *UFN*, 125, issue 1, 97—122 [in Russian].
9. Mukhin, R.R. (2018). *Essays on the history of dynamic chaos: Research in the USSR in the 1950—1980s*, issue 63, 320 p. [in Russian].
10. Kilochytska, T.V. (2019). Development of world research in plasma physics and turbulence (1960—1970). Proceedings from: *The 18th All-Ukrainian Scientific Conference of Young Historians of Science, Technology, Education and Specialists*. (pp. 81—84). Kyiv [in Ukraine].
11. Kilochytska, T.V. (2019). History of research on hydrodynamic turbulence and nonlinear dynamics (global context). Proceedings from: *The 18th All-Ukrainian Conference “Current Issues in the History of Science and Technology”*. (pp. 128—131). Kyiv [in Ukraine].
12. Swinney, H., & Gollab, J. (Eds.) (1984). *Hydrodynamic instabilities and transition to turbulence*. Moscow: Mir [in Russian].
13. Kolmogorov, A.N. (1941). Local structure of turbulence in an incompressible viscous fluid at very high Reynolds numbers. *DAN USSR*, vol. 30, issue 4, 299—303 [in Russian].
14. Kolmogorov, A.N. (1941) The degeneration of isotropic turbulence in an incompressible viscous fluid. *DAN USSR*, vol. 31, issue 6, 538—541 [in Russian].
15. Kolmogorov, A.N. (1941). Energy dissipation at locally isotropic turbulence. *DAN USSR*, vol. 32, issue 1, 19—21 [in Russian].
16. Landau, L.D. (1944). The problem of turbulence. *DAN SSSR*, 44, 339 [in Russian].
17. Millionschikov, M.D. (1941). The theory of homogeneous isotropic turbulence. *Reports of the USSR Academy of Sciences*, vol. 32, issue 9, 611—614 [in Russian].
18. Wilson, K., & Kohut, J. (1975). *Renormalization group and ϵ -expansion*. Moscow: Mir [in Russian].
19. Kuznetsov, S.P. (1993). *Renormalization chaos in systems exhibiting period doubling. Nonlinear waves. Physics and Astrophysics*. Moscow: Nauka, 286—299 [in Russian].
20. Zaslavsky, G.V. (1978). The simplest case of a strange attractor. *Phys. Lett.*, vol. 15, 240—243.
21. Ruelle, D., & Takens, F. (1971). The Nature of Turbulence. *Comm. Math. Phys.*, 20, 167—192.
22. Smale, S. (1967). Differentiable dynamical systems. *Bull. AMS*, 73, 747—817.
23. Mukhin, R.R. (2012). *Essays on the history of dynamic chaos: Research in the USSR in the 1950—1980s*. Moscow: Book House “LIBROKOM” [in Russian].
24. Academician L.I. Mandelstam (1979). To the 100th anniversary of his birth. Moscow: Nauka, 312 p. [in Russian].
25. McLaughlin, J.B., & Martin, P.C. (1974). Transition to turbulence of a statistically stressed fluid. *Phys. Rev. Lett.*, 33, 1189—1192.
26. Gollab, J.P., & Swinney, H.L. (1975). Onset of turbulence in a rotating fluid. *Phys. Rev. Lett.*, 35, 927—930.
27. Li, T.-Y., & Yorke, J.A. (1975). Period Three Implies Chaos. *Amer. Math. Monthly*, 82, 982—985.

28. Lorenz, E. (1963). Deterministic Nonperiodic Flow. *J. Atmosph. Sci.*, 20, 130—141.
29. Newhouse, S.E., Ruelle, D., & Takens, F. (1978). Occurrence of Strange Axiom A Attractors Near Quasi Periodic Flows on T^m ($m = 3$ or more). *Comm. Math. Phys.*, 64, 35—40.
30. Eckmann, J.-P. (1981). Roads to turbulence in Dissipative Dynamical Systems. *Rev. Mod. Phys.*, vol. 53, issue 4, part 1, 643—654.
31. Bogolyubov, N.N. (1964). On quasiperiodic solutions in problems of nonlinear mechanics. *Proceedings of the first summer mat. school*, 1, 11—101 [in Ukraine].
32. Klimontovich, Yu.L. (1964). *Statistical theory of nonequilibrium processes in plasma*. Moscow State University [in Russian].
33. Vedenov, A.A., Velikhov, E.P., & Sagdeev, R.Z. (1961). Nonlinear oscillations of a rarefied plasma. *Nuclear fusion*, vol. 1, issue 1, 82—105 [in Russian].
34. Drummond, W.E., & Pines, D. (1962). Nonlinear stabilization of plasma oscillations. *Nucl. Fusion Suppl.*, 3, 1049.
35. Mitropolskiy, Yu.A. (1964). The study of an integral manifold for a system of nonlinear equations close to equations with variable coefficients in a Hilbert space. *Ukrainian mathematical journal*, vol. 16, issue 3, 334—338 [in Ukraine].
36. Vedenov, A.A., & Rudakov, L.I. (1964). The interaction of waves in continuous media. *DAN USSR*, vol. 159, issue 4, 767—770 [in Russian].
37. Zakharov, V.E. (1972). Collapse of Langmuir waves. *Journal of Electro-Technic Phys.*, vol. 62, issue 5, 1745—1759 [in Russian].
38. Kadomtsev, B.B. (1964). Plasma turbulence. *Issues of Plasma Theory*, 4, 188—339 [in Russian].
39. Sitenko, A.G. (1965). Electromagnetic fluctuations in plasma. Kharkiv: Publishing house of Kharkiv State University, 185 p. [in Ukraine].
40. Dolzhansky, F.V., Klyatskin, V.I., Obukhov, A.M., & Chusov, M.A. (1974). *Nonlinear systems of hydrodynamic type*. Moscow: Nauka [in Russian].
41. Sitenko, A.G. (1977). *Fluctuations and nonlinear interaction of waves in plasma*. Kyiv: Naukova dumka [in Ukrainian].
42. Feigenbaum, M.J. (1978). Quantitative universality for a class of nonlinear transformations. *J. Stat. Phys.*, 19(1), 25—52.
43. Feigenbaum, M.J. (1979). The universal metric properties of nonlinear transformations. *J. Stat. Phys.*, vol. 21, issue 6, 669—706.
44. Pomeau, Y., & Manneville, P. (1980). Intermittent Transition to Turbulence in Dissipative Dynamical Systems. *Comm. Math. Phys.*, 74, 189—197.
45. Manneville, P., & Pomeau, Y. (1980). Different ways to turbulence in dissipative dynamical systems. *Physica ID*, 219—226.
46. Romanenko, O.Y., & Sharkovsky, O.M. (1996). From one-dimensional to infinite-dimensional dynamical systems: ideal turbulence. *Ukrainian Mathematical Journal*, vol. 48, issue 12, 1604—1627.
47. Landa, P.S. (1995). Hydrodynamic turbulence and coherent structures. *Proceedings of universities. Applied nonlinear dynamics*, vol. 3, issue 2, 4—5 [in Russian].
48. Sinai, Ya.G. (2001). How mathematicians study chaos. *Mathematical education*, 3rd series, vol. 5, 32—46 [in Russian].
49. Dobrocheev, O.V. (2019). *The mechanics of very large systems, life and mind*. Moscow: TEIS, 144 p. [in Russian].

Received 27.01.2021

T.V. Kilochytska, PhD (History), associate professor,
National T. Shevchenko University “Chernihiv Collegium”,
53, Hetman Polubotok str., Chernihiv, 14000, Ukraine,
e-mail: kilocht@gmail.com
<https://orcid.org/0000-0003-4471-0904>

THE DEVELOPMENT OF THE THEORY
OF TURBULENCE AND NONLINEAR DYNAMICS
(1940—1990)

Recently, the concept of turbulence has gone beyond the natural sciences and is widely used in social sciences, economics, world politics, history of science and technology. Turbulent processes are the processes of self-organization of a large system of particles into stable dissipative structures of physical, biological, social, economic nature. Therefore, it is very important and relevant to carry out a more complete than before analysis of the evolution of the concept of turbulence and methods of its study.

The purpose of study is to present the history of discoveries in the theory of turbulence, which have influenced the formation of nonlinear dynamics. The research was performed using methods of logical analysis, generalization, classification, and systematization. The historical-scientific method was used to evaluate the scientific results of scientists.

The article considers the contribution of A.M. Kolmogorov to development of the theory of turbulence; emerging of the theory of turbulence of Landau — Hopf (1944—1948) and its influence on the formation of concepts, ideas and models of nonlinear dynamics. The shift to the turbulence of Landau-Hopf influenced on the inception of the theory of turbulent flows (the theory of Ruelle — Takens, 1971). The difference between these theories have been established. The article discusses the further development of turbulence research in the 60—80s of the twentieth century; the study of plasma turbulence (there appear highly nonlinear problems) — in particular, the study of isolated waves in plasma (N. Zabuski and M. Kruskal, 1965), the theory of Feigenbaum (1978—1979), the theory of turbulent motion of Pomeau — Manneville (1980). It is concluded that the theory of turbulence of A.M. Kolmogorov (1941), the origin and development of the theory of Landau — Hopf (1944—1948) and the theory of Ruelle — Takens (1971), and also the further studies of turbulence influenced on the formation of nonlinear dynamics and its concepts (formation of the concept of a strange attractor, a constructive concept of self-similarity).

It is concluded that the development of the theory of turbulence influenced the formation of nonlinear dynamics of its concepts (the concept of a strange attractor, the constructive concept of self-similarity). In 1971, D. Ruel and F. Tuckens, criticizing the Landau — Hopf theory, were the first to point to the existence of a strange attractor that demonstrates sensitivity to initial conditions (the strange attractor — one of the basic concepts of nonlinear dynamics).

The research of J. McLaughlin and P. Martin (1974) and J. Gollab and H. Swinney (1975) also contributed to the formation of the concept of a strange attractor and the development of the Ruel — Takens turbulence. Based on the turbulence of Landau — Hopf, in clarifying the question of how turbulence arose, in 1978, G.M. Zaslavsky proposed a simpler model of a strange attractor, which establishes a connection between two types of chaotic motion. In 1983, V.S. Afraimovich and L.P. Shilnikov introduced the concept of quasi-attractors.

In 1996, the Ukrainian scientist A.N. Sharkovsky proposed the concept of “ideal turbulence” — a new mathematical phenomenon in deterministic systems.

The theory of turbulence is developing rapidly in Ukraine and abroad, gradually spreading to various fields of science and technology.

Keywords: *turbulence, nonlinear dynamics, dynamical systems, attractor.*